

Формула для прогиба фермы с решеткой, имеющей горизонтальные связи

Жакетов Данила Дмитриевич
НИУ «МЭИ»
студент

Аннотация

Плоская ферма с двумя шарнирными опорами нагружена равномерной вертикальной нагрузкой, распределенной по узлам верхнего пояса. Методом индукции в системе символьной математики Maple выводится формула для прогиба фермы в зависимости от числа панелей. Строится график, обнаруживающий явно выраженный минимум.

Ключевые слова: ферма, прогиб, метод индукции, Maple

The formula for the deflection of a truss with a grid, having horizontal links

Zhaketov Danila Dmitrievich
NRU «MPEI»
Student

Abstract

A flat truss with two hinged supports is loaded with a uniform vertical load distributed over the nodes of the upper belt. The induction method in the system of symbolic mathematics Maple displays a formula for the deflection of the truss, depending on the number of panels. A graph is constructed that reveals a clearly expressed minimum.

Keywords: truss, deflection, induction method, Maple

С развитием системы компьютерной математики (Maple, Mathematica, Reduce и др.) появилась возможность рассчитывать строительные конструкции прочность и жесткость в аналитической форме. Так были получены ряд замкнутых формул для прогиба в зависимости от числа панелей для плоских ферм [1-10], арочных ферм [11-16] и пространственных ферм [17-23].

Отличительной особенностью рассматриваемой фермы является наличие в ней горизонтальных связей, уменьшающих расчетную длину стержней на устойчивость (рис. 1).

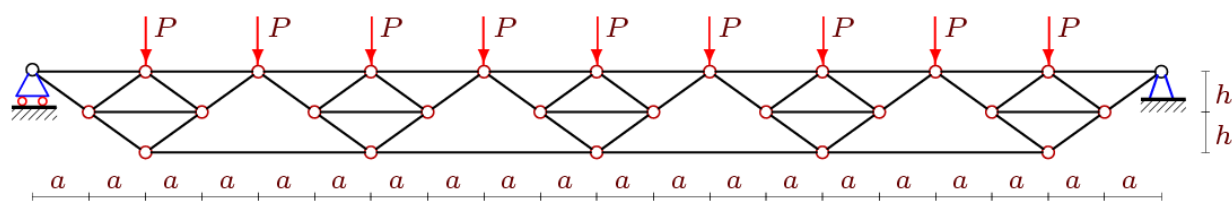


Рисунок 1 — Ферма при $n=2k+1=5$

Эта же особенность существенно усложняет расчет фермы. Не ко всем стержням фермы применим метод сечений, что заставляет использовать расчет равновесия всех узлов фермы в одной системе линейных уравнений, куда входят и реакции опор. Воспользуемся хорошо отработанной программой составления и решения системы уравнений равновесия [24]. В программу вносятся координаты узлов (рис. 2). Все расчеты проведем для нечетных значений $n = 2k+1$.

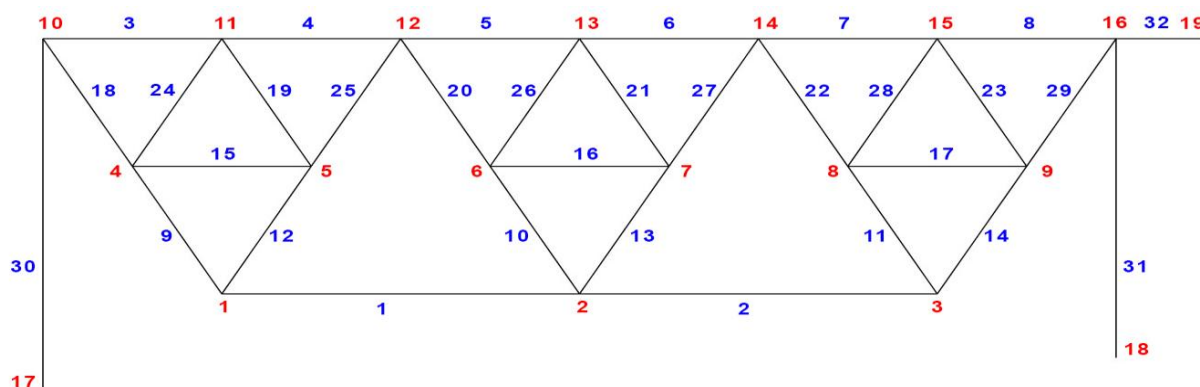


Рисунок 2 – Нумерация узлов и стержней, $n = 2k+1=3$

Координаты вводятся в цикле

```
>for i to n do x[i]:=4*a*i-2*a; y[i]:=0; od:
>for i to 2*n do x[i+n]:=2*a*i-a; y[i+n]:=h; od:
>for i to 2*n+1 do x[i+3*n]:=2*a*i-2*a; y[i+3*n]:=2*h; od:
```

Прогиб определяется по формуле Максвелла- Мора

$$\Delta = \sum_{j=1}^{m-3} S_j \tilde{s}_j l_j / (EF) \tag{1}$$

где E — модуль упругости, F — площадь поперечных сечений стержней (одинаковая для всей фермы), l_j и S_j — длина j -го стержня и усилие в нем от действия нагрузки, \tilde{s}_j — усилие от единичной силы в среднем узле.

Решение имеет вид, не зависящий от числа панелей

$$EF\Delta = P(A_k a^3 + C_k c^3) / (2h^2) \tag{2}$$

В зависимости от k меняются только коэффициенты. Серия решений для $k=1,2,\dots, 12$ дает последовательности коэффициентов. Используя оператор **rgf_findrecur** системы Maple, в который вводится полученная

последовательность, выводим рекуррентное уравнение, которому удовлетворяет коэффициент при a^3

$$A_k = 5A_{k-1} - 10A_{k-2} + 10A_{k-3} - 5A_{k-4} + A_{k-5}.$$

Решение этого однородного уравнения имеет вид $A_k = 4k(20k^3 + 40k^2 + 31k + 11)/3 + 2$. Аналогично, из другого уравнения $C_k = 3C_{k-1} - 3C_{k-2} + C_{k-3}$ получаем решение $C_k = 8k^2 + 8k + 1$.

На рисунке 3 представлены две кривые зависимости (2) прогиба от числа панелей для безразмерной величины $\Delta' = EF\Delta / (P_{sum}L)$ вычисленные при длине пролета $L = 100\text{м}$, $a = L/(4n)$ и суммарной нагрузке $P_{sum} = (2n-1)P$.

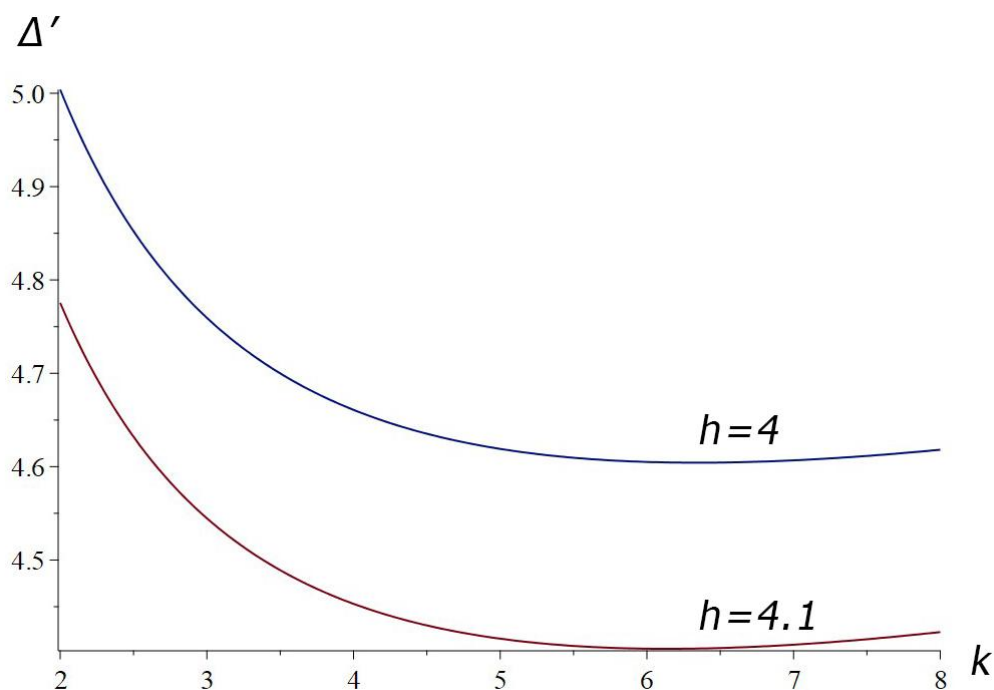


Рисунок 3 – Зависимость прогиба от числа панелей, h в метрах

В [25] приведен обзор некоторых решений для ферм [7-10], допускающих кинематическую изменяемость при определенном числе панелей.

Библиографический список

1. Широков А.С. Аналитический расчет смещения опоры балочной фермы с верхними шпренгелями // Строительная механика и конструкции. 2017. №2(15). С. 11–14.
2. Доманов Е.В. Вывод формулы для прогиба балочной фермы с крестообразной решеткой // Строительная механика и конструкции. 2017. №2 (15). С. 15-19.
3. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте,

- моделируемом фермой // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560–569.
4. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С. 23–27.
 5. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61–68.
 6. Компанец К.А. Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосой фермы при нагрузке в середине пролета // Молодежь и наука. 2017. №4.
 7. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice // Magazine of Civil Engineering. 2017. № 3. С. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7
 8. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчёта прогиба балочной многорешётчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 2 (271). С. 6–10.
 9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3 (873). С. 26–29.
 10. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15–17.
 11. Рахматулина А.Р., Смирнова А.А. Вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей в системе Maple // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «45 лет отрасли легких металлоконструкций: от модуля Кисловодск до модуля Пятигорск» Пятигорск: Издательство ПФ СКФУ, 2017. С.85–88.
 12. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12–17.
 13. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9–14.
 14. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50–55
 15. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. №9. С. 8–10.
 16. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. 9(36). С. 44–55.
 17. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 5 (49). С. 37–43.

18. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165–171.
19. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5. С. 11–15.
20. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
21. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
22. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5–8.
23. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice // Magazine of Civil Engineering. 2016. № 4. С. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.5.
24. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
25. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12. С. 28.