

Формула зависимости прогиба внешне статически неопределимой фермы от числа панелей

Доманов Евгений Викторович

НИУ «МЭИ»

Студент

Аннотация

Исследуемая ферма плоская и имеет четыре опоры, одна из которых является неподвижным шарниром, другие — подвижные шарниры. Для расчета реакций опор и усилий в стержнях применяется метод составления равновесия всех узлов фермы в проекциях на оси координат. Все расчеты выполняются в символьной форме, что позволяет по формуле Максвелла - Мора методом индукции получить решение поставленной задачи. Рассмотрены случаи равномерного нагружения узлов нижнего пояса и нагружения силой в середине пролета. При выводе коэффициентов искомой формулы использованы операторы системы компьютерной математики Maple. Строятся сравнительные графики полученной зависимости.

Ключевые слова: ферма, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

The formula for the dependence of the deflection of an externally statically indeterminate truss on the number of panels

Domanov Evgenii Viktorovich

NRU «MPEI»

Student

Abstract

The investigated truss is flat and has four supports, one of which is a fixed hinge, the other - movable hinges. To calculate the reactions of supports and forces in rods, the method of compiling the equilibrium of all nodes of the truss in projections on the axis of coordinates is applied. All calculations are performed in a symbolic form, which allows the Maxwell-Moore formula to obtain the solution of the problem by induction. The cases of uniform loading of the nodes of the lower belt and loading by force in the middle of the span are considered. When deriving the coefficients of the desired formula, the operators of the computer mathematics system Maple are used. Comparative graphs of the obtained dependence are constructed.

Keywords: truss, Maxwell's –Mohr formula, deflection, induction, Maple

Externally statically indeterminate trusses are essentially kinematically variable without support and trusses as such are not. Only together with supports

such constructions become unchangeable and allow static calculation. An example of such a truss is shown in Figure 1. Four reactions of supports can not be found in usual ways. Only by cutting out all the nodes and considering their equilibrium from the system of equations can one simultaneously find both the reactions of the supports and the forces in the rods. It is most convenient to do this in the system of computer mathematics Maple [1], especially since it is here that it is necessary to obtain a formula for deflection, rather than a simple numerical calculation. Similar calculations of flat trusses were made in [2-11]. In these solutions, the induction method was applied. Simple analytical dependences of the deflection on the number of panels at various loads were found. In the same way, solutions were obtained for the deflection of arched trusses [12-17], spatial [18-22] and lattice [23-31].

In a truss with n panels in the half span, the total number of rods — $n_s = 4n + 18$, including four support rods. For the nodes of the truss, equilibrium equations are drawn up in the projections on the coordinate axes.

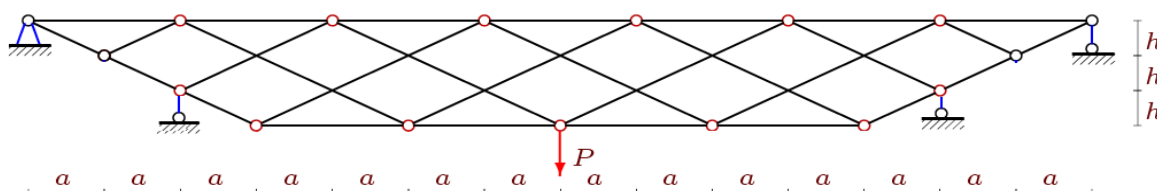


Figure 1 - Truss under the load in the middle belt, $n = 4$

The coordinates of the nodes and the structure of the connection of the rods are entered in the text of the program [1]. The fragment of the coordinate input program (the origin in the left fixed support) in Maple has the form

```

for i to 3
do
x[i]:=a*(i-1): y[i]:=4*h-h*i:
x[i+n+4]:=3*a+2*n*a+a*i:      y[i+n+4]:=h*i:
end:
for i to n+1 do x[i+3]:=a+2*a*i:y[i+3]:=0:      end:
for i to n+2 do x[i+n+7]:=2*a*i:y[i+n+7]:=3*h:end:

```

The order of connections of nodes and rods is introduced by operators

```

for i to n+6 do N[i]:=[i,i+1];      end:
                    N[n+7]:=[1,n+8];N[n+8]:=[2*n+9,n+7];
for i to n+1 do N[i+n+8]:=[i+n+7,i+n+8];      end:
for i to n+2
do
N[i+2*n+9]:=[i+1,i+n+7]:
N [i+3*n+11]:=[i+n+7,i+4]:
end:

```

Here we introduced special vectors **N** with end numbers. In the process of counting, it is noted that for certain values of the panel numbers, the determinant of the system of equilibrium equations degenerates. A regularity was found in these numbers. To exclude these options, a function $k = (1 + 6u - (-1)^u) / 4$, $u = 1, 2, 3, \dots$ is obtained. Even number of panels $n = 2k$ is accepted.

The deflection is calculated using the Maxwell-Mohr's formula:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-4} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Here: $S_i^{(P)}$ — the forces in the rods from a given uniform load, l_i — the length of the rods, $S_i^{(1)}$ — the forces from a single vertical force applied to the middle of the lower belt (at the knot where the deflection is determined), EF — stiffness of the rods. The stiffness is assumed to be the same for all rods. The calculation of eighteen trusses for the load in the middle of the lower belt (Figure 1) showed that the deflection formula has the same form

$$\Delta = P(a^3 A_u + c^3 C_u) / (4EFh^2). \tag{1}$$

The main task is to obtain expressions for the coefficients. When a common term of the sequence of coefficients was found, it was necessary to analyze 18 deflections and obtain the following numbers: 7, 57, 61, 255, 259, 693, 697, 1467, 1471, 2673, 2677, 4407, 4411, 6765, 6769, 9843, 9847, 13737. Using the `rgf_findrecur` operator from the package `Maple genfunc` for the members of the sequence, a linear homogeneous recurrence equation of the sixth order

$$A_u = A_{u-1} + 3A_{u-2} - 3A_{u-3} - 3A_{u-4} + 3A_{u-5} + A_{u-6} - A_{u-7}.$$

The `rsolve` operator gives a solution to the recurrence equation that specifies the desired formula for the coefficient a^3 in formula (1)

$$A_u = (4u^3 + 6(1 + (-1)^u)u^2 + (6(-1)^u + 8)u + 7 - (-1)^u). \tag{2}$$

For the coefficient C_u , the solution has the form

$$C_u = 6u + 7 - (-1)^u. \tag{3}$$

Similarly, for a uniform load on the lower belt (Figure 2) with respect to formula (1), we obtain the coefficients

$$A_u = (15u^4 + (30 - 2(-1)^u)u^3 + (17 - 3(-1)^u)u^2 + (10(-1)^u - 6)u + (35(-1)^u - 11)/2) / 2, \\ C_u = (6u^2 - 2((-1)^u + 1)u + 1 + 11(-1)^u) / 2.$$

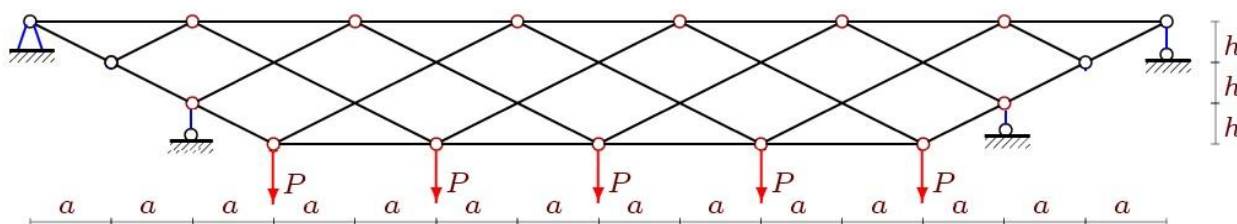


Figure 2 - Truss, $n = 4$

The curves in Fig. 3 are constructed for the dimensionless relative deflection $\Delta' = \Delta EF / (P_*L)$ with a span length $L = 100$ m and a height $H = 3h = 6$ m and $H = 8$ m for the load from above and for the load from below. In this case, the load when loaded in the middle is equal $P = P_*$, and when loading the lower belt is $P = P_* / (n+1)$.

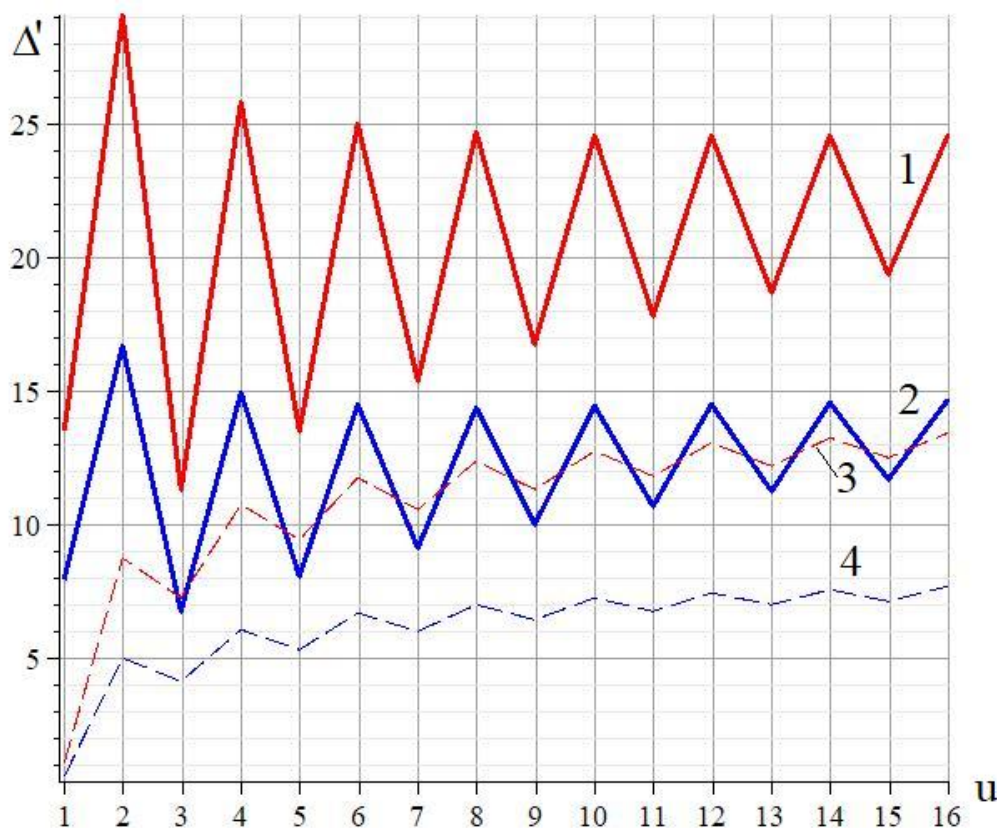


Figure 3 - Dependence of the deflection on the number of panels for two loading cases

1,2— loading by one force (Figure 1); 3,4 — distributed load;
1,3— $H = 6$ m, 2,4— $H = 8$ m

The constructed graphs have the deflection jumps characteristic of lattice trusses [26-31]. The deflection from the concentrated force is greater than from the distributed total value. With increasing truss height, the deflection naturally decreases.

References

1. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Доманов Е.В., Кирсанов М.Н. Модельный анализ работы стержневой конструкции покрытия промышленного здания // Моделирование и механика конструкций. 2017. №5.

3. Доманов Е.В. Вывод зависимости прогиба плоской фермы с дополнительной боковой опорой от числа панелей в системе Maple // Постулат 2018. №1.
4. Доманов Е.В. Вывод формулы для прогиба балочной фермы с крестообразной решеткой // Строительная механика и конструкции. 2017. №2 (15). С. 15-19
5. Воропай Р.А., Доманов Е.В. Индуктивный вывод зависимости прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей в системе Maple // Постулат. 2017. № 12
6. Воропай Р.А., Доманов Е.В. Аналитический расчет деформации балочной фермы с усиленным верхним поясом // Постулат. 2017. 12.
7. Доманов Е.В. Прогиб упругой симметричной арочной фермы под действием сосредоточенной нагрузки в середине пролета // Вестник научных конференций. 2016. № 3-6(7). С. 37-38.
8. Кирсанов М.Н. Аналитическое моделирование нагружения балочной фермы регулярного типа//Вестник МЭИ. 2016. № 6. С. 108-112
9. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте моделируемого фермой // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560–569. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-560-569
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3. С. 26-29
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 38-42
12. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
13. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018. 14(1). Pp.64-70. DOI:10.22337/2587-9618-2018-14-1-64-70
14. Кирсанов М.Н., Степанов А.С.О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей//Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9-14.
15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50-55
16. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels. Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92-99
17. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа// Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33.
18. Доманов Е. В. Аналитическая зависимость прогиба пространственной консоли треугольного профиля от числа панелей//Научный альманах. 2016. №6-2 (19). С. 214-217.

19. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure. Magazine of Civil Engineering. 2018. No. 08. Pp. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6
20. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. 5(268). С.19-22.
21. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С. 579–586. DOI: www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586
22. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. Вып. 2 (101). С. 165–171
23. Гриднев С.Ю., Кирсанов М.Н., Овчинников И.Г. Статический расчет двухраскосной балочной фермы // Интернет-журнал НАУКОВЕДЕНИЕ. Том 8, №6 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN616.pdf>
24. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
25. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2017. № 11 (248). С. 32-36.
26. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С.23-27.
27. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. №4. С. 20-23.
28. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей // Механизация строительства. 2017. № 10. С. 24-27.
29. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. №5. С.11-13.
30. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
31. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.