

Зависимость прогиба стержневой внешне статически неопределимой рамы от числа панелей

Кирсанов Михаил Николаевич
НИУ «МЭИ»
Профессор

Орлов Игорь Викторович
НИУ «МЭИ»
Доцент

Аннотация

Плоская статически определимая симметричная конструкция, состоящая из ригеля и двух боковых опорных ферм, загружена по узлам нижнего пояса равномерной нагрузкой. Конструкция имеет четыре опоры, одна из которых неподвижная, другие подвижные. Для вывода искомой зависимости применяется метод индукции и специальные операторы системы символьной математики Maple. Для вычисления прогиба используется формула Максвелла - Мора. Рассмотрены два варианта крепления рамы.

Ключевые слова: стержневая рама, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

The dependence of the deflection of the rod of a statically exterior indeterminate truss on the number of panels

Kirsanov Mikhail
NRU «MPEI»
Professor

Orlov Igor
NRU «MPEI»
Associate Professor

Abstract

A flat statically determinate symmetrical construction consisting of a crossbar and two lateral support trusses is loaded over the nodes of the lower belt by a uniform load. The structure has four supports, one of which is fixed, the other are movable. To derive the required dependence, we apply the induction method and special operators of the system of symbolic mathematics Maple. To calculate the deflection, the Maxwell-Mohr's formula is used. Two variants of supports of the truss are considered..

Keywords: truss frame, Maxwell's – Mohr formula, deflection, induction, Maple

A flat frame structure (Fig. 1) can be used in spatial structures - warehouses, hangars, etc. The frame is statically determinate, it contains $2n$ horizontal panels in the crossbar, m panels (vertically) in the side racks. In total, in the design of the rods – $K = 8(n + m) + 18$ including five rods, which simulate four supports (Figure 1). Number of internal joints — $4(n + m) + 9$. The task is to obtain an analytical dependence of the deflection of the structure (vertical displacement of the assembly in the middle of the lower belt of the crossbar) from the numbers n and m that define the configuration of the structure.

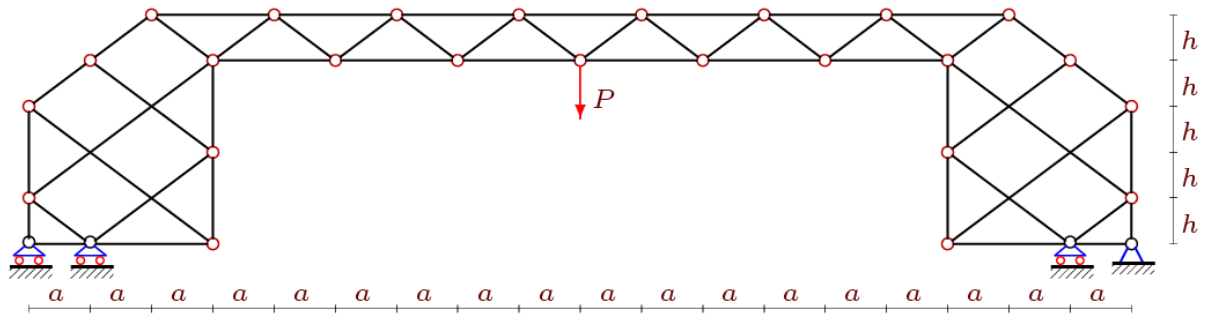


Figure 1 – Truss at at $n = 3, m = 2$

Efforts in the rods of the truss are determined using the algorithm [1]. The rods and knots are numbered (Figure 2).

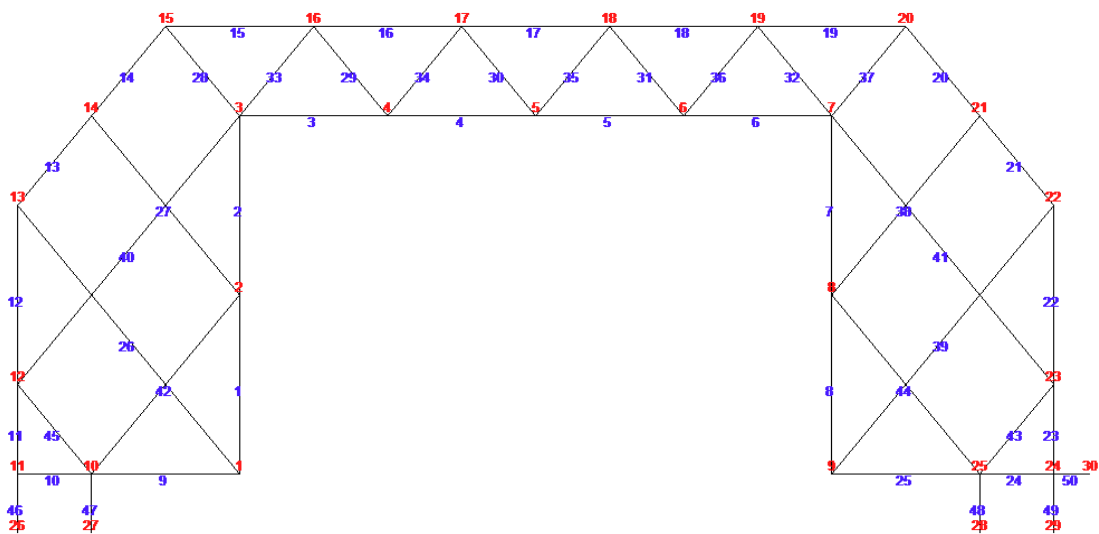


Figure 2 — Numbering of nodes and rods for $n = 2, m = 2$

The coordinates of the nodes and the order of joining the rods and knots are entered in the program. In the symbolic form, a system of equations of node equilibrium is compiled and solved. There are expressions for the forces in the rods and the reactions of the supports, also included in the number of unknown systems. The system is externally statically indeterminate [2-6], which does not allow us to find the reactions of the supports from the equilibrium equations of the structure as a whole. The values of the forces are substituted into the Maxwell-Mohr's formula with summation over all the bars, except for the five reference ones, taken rigid:

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{K-5} S_i^2 l_i / (EF). \tag{1}$$

Here is denoted: S_i — the forces in the rods from a single load in the direction of the desired displacement, applied to the average evil of the structure, l_i — the length of the rods, EF — the rigidity of the rods. The solution has the form

$$\Delta = (C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3) / (h^2 EF), \tag{2}$$

where $c = \sqrt{a^2 + h^2}$, and the coefficients are determined by induction.

It is noted that for $m = 1, 4, 7, \dots$ the determinant of the system of equations turns to zero, which indicates the geometric variability of the farm [7-11]. Excluding these numbers from the analysis, we set the sequence in the form $m = (1 - (-1)^k + 6k) / 4, k = 1, 2, 3, \dots$. The number of panels in the crossbar n does not affect the geometric variability of the truss. The patterns are based on a sequence of calculations in double induction first for $n = 1, 2, 3 \dots$, then for $k = 1, 2, 3 \dots$. The calculation reveals the sequence of coefficients at a^3, c^3, h^3 . Maple operators `rgf_findrecur` and `rsolve` give the following expressions

$$C_1 = (8n^3 + 24n^2 + 25n + 9) / 3,$$

$$C_2 = (2n + 3 - (-1)^k + 6k) / 2,$$

$$C_3 = (5 + 14k - 5(-1)^k) / 4.$$

If we fix the supports at the corner points of the side trusses (Figure 3), then the stressed state of the structure changes abruptly.

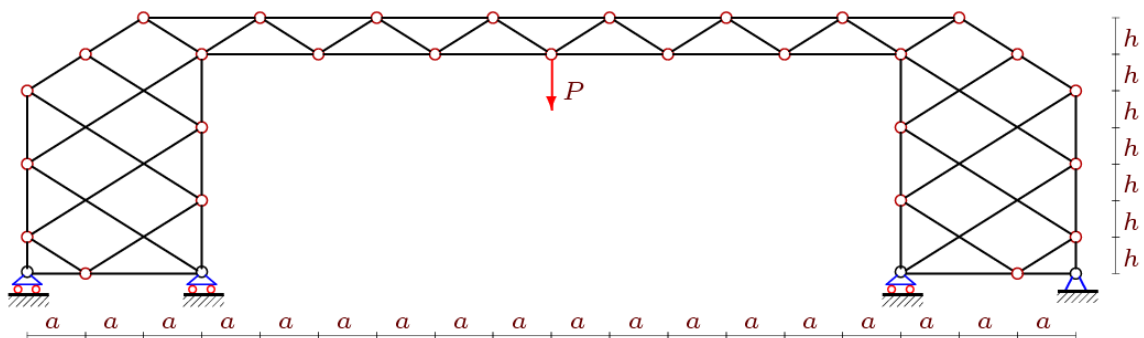


Figure 3 — Supports at the corner points of the frame, $n = m = 3$

The cases of geometric variability of the structure also disappear. The coefficients in (2) take a simpler form

$$C_1 = n(8n^2 + 1) / 3, C_2 = n, C_3 = m.$$

Similarly, we define the deflection from the effect of distributed load on the lower belt (Figure 3). The formula for the deflection has the same form (2), but with the coefficients

$$C_1 = (10n^4 + 40n^3 + 35n^2 - 10n - 9) / 3,$$

$$C_2 = n^2 + (2m + 1)(2n - 1),$$

$$C_3 = (5(2n - 1)(1 - (-1)^k) + 14k(2n - 1)) / 4.$$

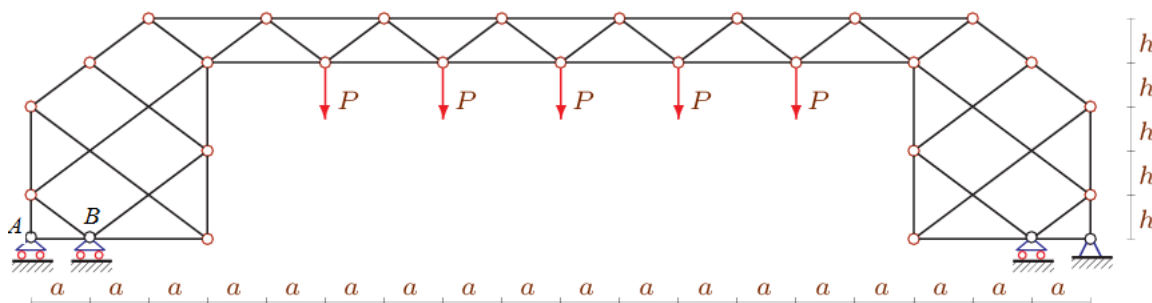


Figure 4— Load on the lower belt of the truss

Under this load, the extreme supports are unloaded, and the internal reactions are also determined by induction and have the form: $Y_B = P(2n - 1) / 2$. The supports do not depend on the number m of reactions.

Analytical solutions for plane arches obtained with the application of the program [1] are given in [12-17]. In [18], the inductive method is applied in the problem of optimizing a truss from rheological material.

Reference

1. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н., Суворов А.П. Исследование деформаций плоской внешне статически неопределимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12, № 8 (107). С. 869–875.
3. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3 (873). С. 26-29.
5. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12. С. 28.
6. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решётчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
7. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice // Magazine of Civil Engineering. 2017. №3. С. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7
8. Кирсанов М.Н. Расчёт жёсткости стержневой решётки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48–51.
9. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решётчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика

- и конструкции. 2017. Т. 1, № 14. С. 27–30.
10. Kirsanov M.N., Razananairina P.C. The formula for deflection of truss with cases of kinematic variability. Постулат. 2017. № 9(23). С. 1.
 11. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчёта прогиба балочной многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 2 (271). С. 6–10.
 12. Савиных А. С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу. // Строительство и архитектура. 2017. Том 5. Выпуск 3 (6). С. 12-17.
 13. Компанеец К. А. Расчет смещения подвижной опоры плоской арочной раскосой фермы при нагрузке в середине пролета // Молодежь и наука. 2017. №4.
 14. Рахматулина А.Р., Смирнова А.А. Вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей в системе Maple//Материалы Всероссийской научно-практической конференции «45 лет отрасли легких металлоконструкций: от модуля Кисловодск до модуля Пятигорск» Пятигорск: Издательство ПФ СКФУ, 2017. С.85–88.
 15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50–55
 16. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9–14.
 17. Широков А. С. Индуктивный вывод зависимости прогиба и смещения опоры арочной фермы от числа панелей в системе Maple // Международный научный семинар «Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии» -GRACOS-17. Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2017. С. 267–272.
 18. Tinkov D. V., Safonov A. A. Design Optimization of Truss Bridge Structures of Composite Materials//Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2017. Т. 46. № 1. С. 46-52 DOI: 10.3103/S1052618817010149