

Однопараметрический вывод формулы для прогиба балочной фермы типа Финка

Шикин Константин Сергеевич
НИУ «МЭИ»
студент

Аннотация

Ферма загружена по узлам нижнего пояса равномерной вертикальной нагрузкой. Зависимость прогиба фермы от числа панелей выводится методом индукции с применением операторов системы компьютерной математики Maple. Для вычисления прогиба используется формула Максвелла - Мора.

Ключевые слова: формула Максвелла - Мора, прогиб, Maple

One-parameter derivation of the formula for deflection of a truss type Fink

Shikin Konstantin Sergeevich
NRU «MEI»
student

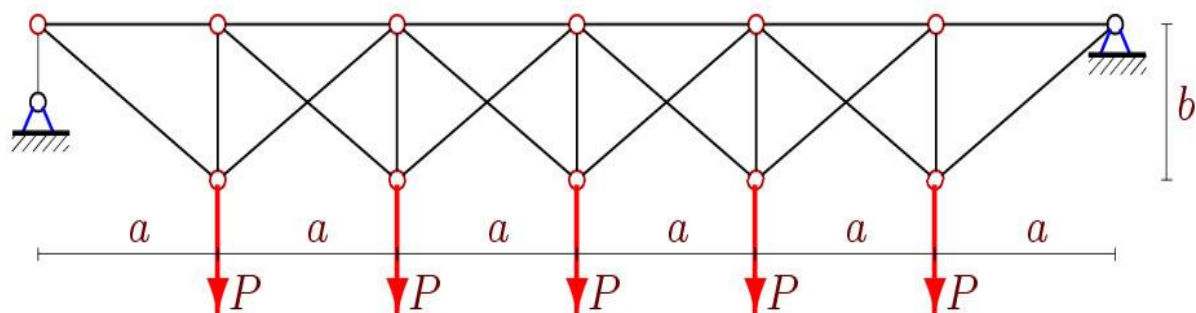
Abstract

The truss is loaded on the nodes of the lower belt by the uniform vertical load. The dependence of the deflection of the truss on the number of panels is derived by induction using the operators of the Maple computer mathematic system. To calculate the deflection, the Maxwell – Mohr formula is used.

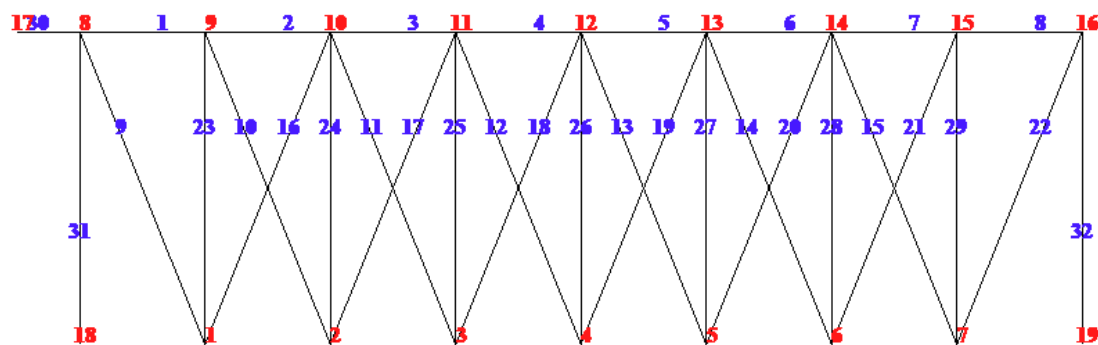
Keywords: Maxwell–Mohr's formula, deflection, Maple

Для расчетов ферм существует большое количество численных методов. Альтернативой им являются аналитические методы на основе таких систем компьютерной математики, как Maple, Mathematica, Maxima, Reduce. В данной работе получены формулы для зависимости прогиба от числа панелей, нагрузки и размеров фермы, методом индукции, предложенным профессором М. Н. Кирсановым. Ранее этим методом рассчитаны фермы арочного типа [1-6], решетчатые фермы [7-18] и пространственные конструкции регулярного типа [19-27]. В работах [28-31] получены аналитические решения для ферм, допускающих в некоторых случаях (при определенных числах панелей) мгновенную кинематическую изменяемость. В работах [32,33] методом индукции выведены соотношения статики ножничных механизмов.

Рассмотрим статически определимую ферму, рис. 1 (ферма Финка или Больмана [34-38]). Число панелей в половине пролет обозначим n .

Рисунок 1 — Ферма с нагрузкой по узлам нижнего пояса, $n=3$

Усилия в стержнях определяются по программе [39], основой которой является метод вырезания узлов. В программу вводятся координаты узлов в параметрической форме (для произвольного числа панелей). Узлы и стержни нумеруются (рис. 2).

Рисунок 2 — Номера стержней и узлов, $n=4$

Приведем фрагмент программы, где вводятся координаты узлов:

```
> for i to 2*n-1 do x[i]:=a*i:y[i]:=0: od:#нижний пояс
> for i to 2*n+1 do x[i+2*n-1]:=a*i-a: y[i+2*n-1]:=b: od:#верхний
```

Порядок соединения стержней определяют векторы $Nbeg$ и $Nend$, содержащие номера концов соответствующих стержней:

```
> for i to 2*n do
> Nbeg[i]:=i+2*n-1; Nend[i]:=i+2*n; #верхний пояс
> od:
> for i to 2*n-1 do
> Nbeg[i+2*n]:=i; Nend[i+2*n]:=i+2*n-1; #раскосы
> Nbeg[i+4*n-1]:=i; Nend[i+4*n-1]:=i+2*n+1; #раскосы
> Nbeg[i+6*n-2]:=i; Nend[i+6*n-2]:=i+2*n; #верт
> od:
```

Опорные стержни вводятся отдельно

```
> Nbeg[8*n-2]:=2*n; Nend[8*n-2]:=4*n+1:
> Nbeg[8*n-1]:=2*n; Nend[8*n-1]:=4*n+2:
> Nbeg[8*n]:=4*n; Nend[8*n]:=4*n+3:
```

Для расчета прогиба используется формула Максвелла – Мора в виде:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

где обозначено: $S_i^{(P)}$ — усилия в стержнях от заданной распределенной нагрузки, l_i — длины стержней, $S_i^{(1)}$ — усилия от единичной силы, приложенной к средней точке в пролете, EF — жесткость стержней. Индукция по десяти фермам показала, что вид формулы для прогиба не меняется

$$\Delta = (C_1 a^3 + C_2 b^3 + C_3 c^3 / 2) / (6b^2 EF),$$

$$\text{где } a = L / (2n), \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Коэффициенты получаются из решения рекуррентных уравнений, полученных обработкой соответствующих последовательностей. Имеем решение

$$C_1 = 5n^4 - 2n^2, \quad C_2 = 5n^4 - 11n^2 + 6, \quad C_3 = 5n^4 + n^2.$$

На рисунке 3 представлена зависимость относительного прогиба от числа панелей, где $\Delta' = EF\Delta / L$ при $L = 10$ м, $b = 0,5$ м, $b = 1,5$ м, $b = 2$ м.

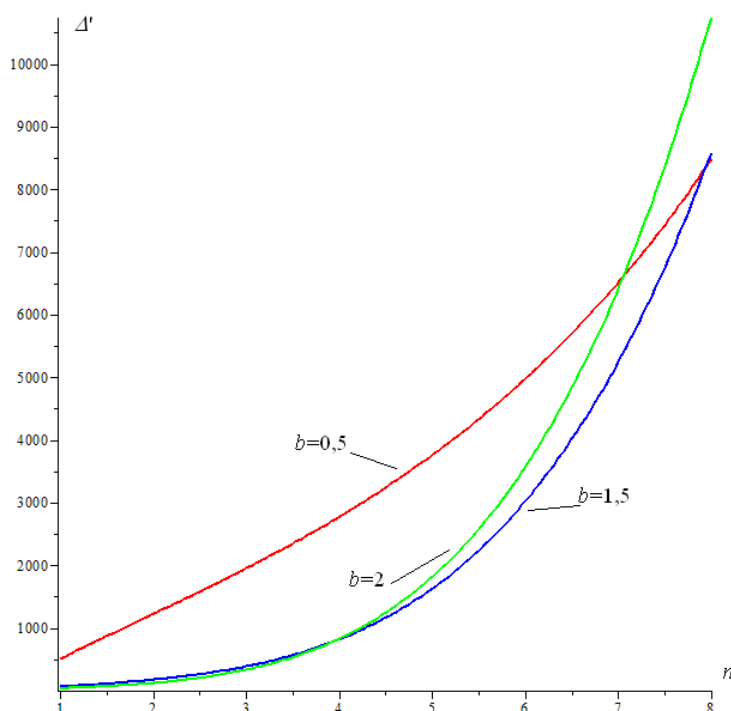


Рисунок 3 — Прогиб в зависимости от числа панелей

Зависимость обнаруживает, что конструкция более надежна при меньших значениях высоты фермы при количестве панелей в ферме до 14. При числе панелей больше 14 прогиб тем меньше, чем меньше высота конструкции. Полученная зависимость позволяет оптимизировать конструкцию и служить тестовой для численных решений.

Обзоры работ, использующих метод индукции при расчете ферм, содержатся в [40-42].

Библиографический список

1. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018. Т. 14. № 1. С. 64-70.
2. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // *Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова*. 2015. № 3 (31). С. 42-48.
3. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
4. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2017. № 5 (274). С. 9-14.
5. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // *Строительная механика и конструкции*. 2018. Т. 1. № 16. С. 7-11.
6. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // *Транспортное строительство*. 2017. № 9. С. 8-10.
7. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // *Транспортное строительство*. 2017. № 7. С. 15-18.
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
9. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. № 3. С. 23-27.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «butterfly» // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
11. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // *Механизация строительства*. 2017. Т. 78. № 4. С. 20-23.
12. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 3 (260). С. 7-12.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // *Транспортное строительство*. 2017. № 5. С. 11-13.
14. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей // *Механизация строительства*. 2017. Т. 78. № 10. С. 24-27.
15. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // *Справочник. Инженерный журнал с приложением*. 2017. № 11 (248). С. 32-36.
16. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с

- произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16-19.
- 17.Белянкин Н.А., Бойко А.Ю., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с усиленной треугольной решеткой // Строительство и архитектура. 2017. Т. 5. № 2. С. 122-125.
- 18.Кирсанов М.Н., Горбунова А.С., Лепетюха В.А. Расчет прогиба симметричной фермы с решеткой «star» в аналитической форме // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 36-41.
- 19.Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.
- 20.Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5-8.
- 21.Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6 (24). С. 28-34.
- 22.Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
- 23.Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
- 24.Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
- 25.Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
- 26.Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 5 (116). С. 579-586.
- 27.Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2014. Т. 4. № 2 (20). С. 36-39.
- 28.Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 3 (242). С. 48-51.
- 29.Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 27-30.

30. Кирсанов М.Н., Разананирина Р.К. Формула для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Постулат. 2017. № 9 (23). С. 1.
31. Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решетчатой фермы // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 2. № 15. С. 5-10.
32. Кийко Л.К., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет подъемника параллелограммного типа с произвольным числом секций // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2016. № 3. С. 48-53.
33. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет параллелограммного механизма с произвольным числом секций // Вестник машиностроения. 2018. № 1. С. 37-39.
34. Пережилова Е.Д. Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей // Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 42-45.
35. Савиных А.С. Формула для расчета смещения подвижной опоры плоской статически определимой фермы // Научный альманах. 2016. № 9-2(23). С. 46-49.
36. Харик С.А. Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета // Научный альманах. 2016. № 11-2(25). С. 332-334
37. Васильченко Д.И. Формула для смещения опоры балочной фермы типа Больмана // Научный альманах. 2016. № 8-1(22). С. 261-263.
38. Васильков И.Д., Кирсанов М.Н. Формулы для определения прогиба и смещения опоры фермы Больмана с произвольным числом панелей // Научный альманах. 2016. № 11-2(25). С. 289-292.
39. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
40. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. №. 1. С. 12-33.
41. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. №12.
42. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.